Unité d'apprentissage : Algèbre Professeur : JAKIB Samira	Module d 'apprentissage : **Les nombres Rationnels : Introduction et comparaison**	Niveau : 2APIC www.jakimaths.online

I.Nombres rationnels.

Définition :

a et b deux nombres relatifs tel que b non nul.
Tout nombre qui s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$ est appelé **nombre rationnel.**

- Le nombre a est appelé : **numérateur.**
- Le nombre b est appelé : **dénominateur.**

Remarques :

- Tous les nombres décimaux relatifs sont des rationnels.
- Pas tous les nombres rationnels ne sont pas décimaux.

Exemples :

Les nombres suivants sont des rationnels :

- $\frac{13}{7}$ * $\frac{-3}{11}$ * $\frac{-8}{-15}$ * $\frac{9}{1}=9$
- $-2{,}5=\frac{25}{10}$ * $7{,}23=\frac{723}{100}$

Les nombres rationnels $\frac{8}{3}$ et $\frac{-13}{17}$ ne sont pas des décimaux, Car :

$\frac{8}{3}\cong 2{,}6666666\ldots\ldots\ldots$ et $\frac{-13}{17}\cong 0{,}7647\ldots\ldots$

II. Signe d'un nombre rationnel.

Règle 1 :

a et b deux nombres décimaux relatifs tel que b non nul.

- Si a et b ont **le même signe**, alors le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est **positif**.
- Si a et b ont des signes contraires, alors le nombre rationnel $\frac{a}{b}$ est négatif.

Exemples :

- $\frac{7}{3}$; $\frac{-17}{-4}$ sont des nombres rationnels positifs.
- $\frac{-5}{2}$; $\frac{8}{-3}$ sont des nombres rationnels négatifs.

Propriétés :

a et b deux nombres décimaux relatifs où $b \neq 0$

- $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$
- $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$

Exemples :

- $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$
- $\frac{-5}{-7} = \frac{5}{7}$

III. Égalité des quotients.

1. Propriété des quotients.

Règle 2 :

Un quotient ne change pas lorsque l'on multiplie ou l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Si $b \neq 0$ et $k \neq 0$, alors : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

Exemples :

- $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$
- $\frac{12}{8} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2}$

2. Simplification d'un rationnel.

Règle 3 :

Simplifier un rationnel signifie écrire un rationnel qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemples :

- $\frac{42}{56} = \frac{21 \times 2}{28 \times 2} = \frac{21}{28} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{3}{4}$
- $\frac{-75}{50} = \frac{-75 \div 25}{50 \div 25} = \frac{-3}{2}$
- $\frac{-2,5}{10} = \frac{-25}{100} = \frac{-25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{-1}{4}$
- $\frac{2,4}{2,24} = \frac{240}{224} = \frac{240 \div 4}{224 \div 4} = \frac{60}{51}$

Remarque :

Lorsque le rationnel trouvé n'admet pas de simplification, On dit qu'il s'agit d'une rationnel irréductible, comme : $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$

3. Égalité de deux rationnels

Règle (produit en croix) :

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux nombres rationnels non nuls

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Signifie que $a \times d = b \times c$

Exemples :

- Comparons $\frac{-3}{9}$ et $\frac{-4}{12}$

  On a : $-3 \times 12 = 9 \times (-4) = -36$

  Donc $\frac{-3}{9} = \frac{-4}{12}$

- Comparons $\frac{38}{421}$ et $\frac{26}{416}$. On a :

  $38 \times 416 = 15808$
  $26 \times 421 = 10946$

  Puisque : $15808 = 10946$
  Donc $\frac{38}{421} = \frac{26}{416}$

IV. Rendre au même dénominateur.

Définition :

Rendre au même dénominateur deux nombres rationnels dont les dénominateurs sont deux nombres entiers naturels différents c'est les écrire sous forme de deux rationnels ayant le même dénominateur.

Remarque :

- Le dénominateur commun de deux nombres rationnels est l'un des multiples communs de ces deux dénominateurs
- Le plus petit dénominateur commun de deux nombres rationnels est le plus petit multiple commun des deux dénominateurs

Exemples :

- On considère les nombres $\frac{5}{16}$ et $\frac{3}{8}$. On remarque que 16 est multiple de 8.

$$\frac{5}{16} = \frac{5 \times 1}{16 \times 1} = \frac{5}{16} \quad ; \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$$

- On considère les nombres $\frac{-7}{4}$ et $\frac{-5}{18}$. On remarque que 36 est le plus petit multiple commun de 4 et 18. Donc

$$\frac{-7}{4} = \frac{-7 \times 9}{4 \times 9} = \frac{-63}{36} \quad . \quad \frac{-5}{18} = \frac{-5 \times 2}{18 \times 2} = \frac{-10}{36}$$

V. Comparaison des nombres rationnels.

Règle 4 :

- Si deux nombres rationnels positifs ont le même dénominateur, alors ils sont rangé dans le même ordre que leurs numérateurs.
- Si deux nombres rationnels positifs ont le même numérateur, alors ils sont rangés dans l'ordre inverse que leurs dénominateurs.
- Si deux nombres rationnels positifs n'ont pas le même dénominateur et n'ont pas le même numérateur, alors on met les deux nombres rationnels au même dénominateur puis on compare leurs numérateurs.
- Si deux nombres rationnels négatifs, alors ils sont rangé dans l'ordre inverse que leurs opposées.

Exemples :

- $\frac{8}{7} > \frac{5}{7}$ car $8 > 5$
- $\frac{-8}{7} < \frac{-5}{7}$
- $\frac{6}{5} > \frac{6}{11}$ car $5 < 11$
- $\frac{-6}{5} < \frac{-6}{11}$
- $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$ et $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 7}{2 \times 7} = \frac{21}{14}$, donc $\frac{5}{7} < \frac{3}{2}$ car $10 < 21$.
- $\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-4}{6}$ et $\frac{-4}{6} > \frac{-5}{6}$, donc $\frac{-2}{3} > \frac{-5}{6}$.