

I. Médiatrice d'un segment. (Rappel).

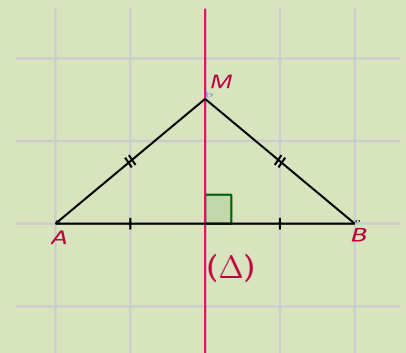
Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Propriétés 1 :

Soient $[AB]$ un segment, (Δ) sa médiatrice et M un point.

- Si $M \in (\Delta)$, alors $MA = MB$
- Si $MA = MB$, alors $M \in (\Delta)$



II. Symétrie d'un point.

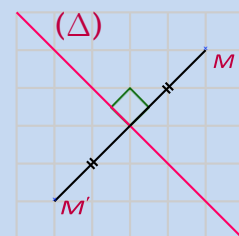
Définition :

Soit (Δ) une droite et soit M un point du plan.

La symétrie du point M par rapport à la droite (Δ) est le point M' tel que :
 (Δ) est la médiatrice du segment $[MM']$

Exemple :

- M' est le symétrique du point M par rapport à la droite (Δ) .
- On dit aussi : M' est l'image de M par la symétrie d'axe (Δ) .



Remarque :

Tout point d'une droite est symétrique de lui-même par rapport à cette droite.

III. Symétriques de figures usuelles.

a. Symétrique d'un segment.

Propriété2:

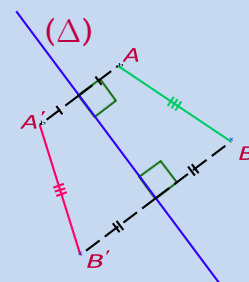
Soient (Δ) une droite et $[AB]$ un segment.

- Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (Δ) est le segment $[A'B']$.
- On a $A'B' = AB$, on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Exemple :

$\left\{ \begin{array}{l} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{array} \right.$ Par rapport à la droite (Δ) :

Donc : Le segment $[A'B']$ est le symétrique de $[AB]$ par rapport à la droite (Δ)



b. Symétrique d'une droite.

Propriété3:

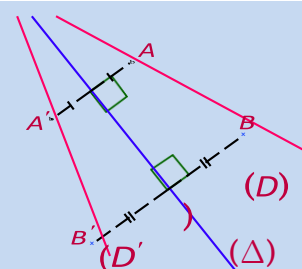
Soient (Δ) et (AB) deux droites.

- Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (Δ) est la droite $(A'B')$.

Exemple :

$\left\{ \begin{array}{l} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{array} \right.$ Par rapport à la droite (Δ)

Donc : la droite $(A'B')$ est le symétrique de la droite (AB) Par rapport à la droite (Δ)



c. Symétrique d'une demi-droite.

Propriété4 :

Soient (Δ) une droite, et $[AB)$ une demi-droite.

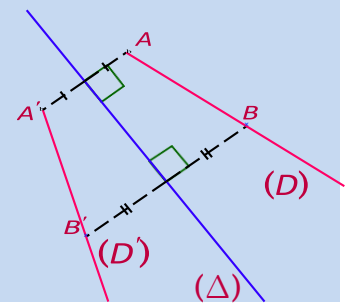
Si A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) ,

alors le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à la droite (Δ) est la demi-droite $[A'B')$.

Exemple :

$\begin{cases} A' \text{ est le symétrique de } A \\ B' \text{ est le symétrique de } B \end{cases}$ Par rapport à la droite (Δ) :

Donc : la demi-droite $[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$



d. Conservation de l'alignement par la symétrie axiale.

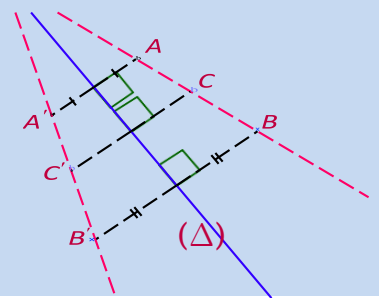
Propriété5:

- Les symétriques des points alignés, par rapport à une droite sont aussi des points alignés.
- On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

Exemple :

- A' est le symétrique de A
 - * B' est le symétrique de B
 - * C' est le symétrique de C
- Par rapport à la droite (Δ) On a :

Puisque les points A, B et C sont alignés, alors les points A', B' et C' sont aussi alignés.



e. Symétrique d'un angle.

Propriété6:

Soient (Δ) une droite, et \widehat{AOB} un angle.

- Si A', O' et B' sont les symétriques respectifs des points A, O et B par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (Δ) est l'angle $\widehat{A'O'B'}$.
- On a $\widehat{A'O'B'} = \widehat{AOB}$, on dit que la symétrie axiale conserve la mesure des angles.

f. Symétrique d'un cercle.

Propriété7:

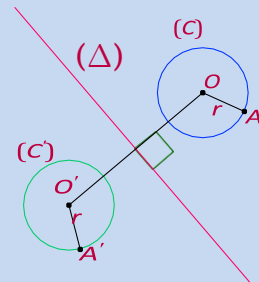
Soient (Δ) une droite, et (C) un cercle de centre O et de rayon r .

- Si O' le symétrique du point O par rapport à la droite (Δ) , alors le symétrique du cercle (C) est le cercle (C') de centre O' et de rayon r .

Exemple :

O' est le symétrique de O Par rapport à la droite (Δ) :

Donc le symétrique du cercle $C(O; r)$ est le cercle $C(O'; r)$



IV. Axe de symétrie.

Définition :

Soient (F) une figure et (Δ) une droite.

On appelle (Δ) axe de symétrie de (F) , lorsque (F) est symétrique de lui-même par rapport à cette droite.

Exemples :

- Tout support du diamètre d'un cercle est un axe de symétrie de ce cercle.
- La médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.
- La médiatrice de la base d'un triangle isocèle est un axe de symétrie de ce triangle.
- Le triangle équilatéral a 3 axes de symétrie.
- Le rectangle a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices des côtes opposés.
- Le losange a deux axes de symétrie qui sont les supports des diagonales.

